

## SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

### Matematică M\_tehnologic, noiembrie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

#### Subiectul I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați partea reală a numărului complex  $z = 3 + 2(1 - i)$ .
- 5p 2. Determinați valoarea minimă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x - 10$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 \log_5(x - 3) = \log_5(x - 1)$ .
- 5p 4. Numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi este egal cu 10. Determinați numărul elementelor mulțimii.
- 5p 5. Se consideră punctele A, B, C, astfel încât  $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + \vec{j}$  și  $\overrightarrow{BC} = \vec{i} - \vec{j}$ .  
Calculați lungimea vectorului  $\overrightarrow{AC}$ .
- 5p 6. Determinați aria triunghiului MNP, știind că  $MN=12$ ,  $MP=3$  și  $m(\sphericalangle M) = 30^\circ$ .

#### Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 5$ ;
- 5p b) Să se demonstreze că matricea A verifică relația:  $A^2 - 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ;
- 5p c) Să se afle matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  știind că  $A \cdot X = B$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție:  $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$ , pentru orice  $x$  și  $y$  numere reale.
- 5p a) Să se arate că  $2 \circ 0 = 6$ ;
- 5p b) Să se arate că legea “ $\circ$ ” este comutativă;
- 5p c) Să se rezolve ecuația  $x \circ x = 4$ .

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

- 
1. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă 1.
- 5p c) Demonstrați că funcția este crescătoare pentru orice  $x \in [4, \infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & x \leq 0 \\ e^x + 2, & x > 0 \end{cases}$ .
- 5p a) Arătați că  $f$  admite primitive.
- 5p b) Arătați că orice primitivă este concavă pe  $(-\infty, 0)$ .
- 5p c) Calculați  $\int x \cdot f(x) dx$ , pentru  $x \in [0, \infty)$ .