

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
Matematică M_tehnologic, ianuarie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE
SUBIECTUL I

1.	$0, (3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$ $2\left(2 - \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 4$	2p 3p
2.	$G_f \cap G_g = \{I\}$ avem $f(x) = g(x), 2x+1 = -4x+7$ $6x = 6, x = 1, f(1) = 2+1=3$, de unde $I(1,3)$	3p 2p
3.	$3^{2x-3} = 3^3,$ $2x-3 = 3,$ de unde $x = 3.$	3p 2p
4.	Fie pretul inițial x , avem $x + \frac{25}{100}x = 240$ lei $\frac{125}{100}x = 240, x = 192$ lei	2p 3p
5.	B fiind mijlocul segmentului AC coordonatele sale se calculeaza cu formulele $x_B = \frac{x_A + x_C}{2}; y_B = \frac{y_A + y_C}{2}; 1 = \frac{3 + x_C}{2}$ si $4 = \frac{-2 + y_C}{2},$ de unde obținem $x_C = -1, y_C = 10$.	3p 2p
6.	Teorema cosinusului $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$ $AC^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 75, AC = 5\sqrt{3}$ cm,	3p

	Perimetrul = $AB+BC+AC = (15+5\sqrt{3})\text{cm} = 5(3+\sqrt{3})\text{cm}$	2p
--	--	-----------

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 0 =$ $= -1 - 0 = -1$	3p 2p
b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+2y & 0 \\ x-y & 2x+1 \end{pmatrix}$ $A(x) \cdot A(y) = I_2 \Leftrightarrow 1+2y = 1, 1+2x = 1, x-y = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$	2p 3p
c)	$\det(A^2(a) - I_2) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{vmatrix} = 0$ $4a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$	3p 2p
2.a)	$[(-3) * 3] * [(-2) * 2] = (-3) * (-3) =$ $= -3 - 3 - 3 = -9$	3p 2p
b)	$(x * y) * z = (x + y - 3) * z = (x + y - 3) + z - 3 = x + y + z - 6,$ $x * (y * z) = x * (y + z - 3) = x + (y + z - 3) - 3 = x + y + z - 6$ <p>Cum $(x * y) * z = x * (y * z)$, $\forall x, y, z \in R \Rightarrow$ legea de compoziție „*” este asociativă.</p>	3p 2p
c)	$n^2 * n \leq -1 \Leftrightarrow n^2 + n - 2 \leq 0 \Leftrightarrow n \in [-2; 1]$ <p>Cum n e număr natural, atunci $n \in \{0; 1\}$.</p>	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	Se arată că $l_s(0) = l_d(0) = f(0) = 2$	3p
	Deci f este continuă în 0 .	2p
b)	Se calculează $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + 1) = 0 + 1 = 1$	3p 2p

	Deci, dreapta de ecuație $y=1$ este asimptotă orizontală la graficul funcției f .	
c)	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x \in (0, +\infty)$ $f''(x) = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}} < 0, (\forall) x \in (0, +\infty)$ <p>Deci funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
2.a)	<p>Se arată că $F'(x) = \frac{2}{x} - x$, oricare ar fi $x \in [1,4]$</p> <p>De unde rezultă că $F'(x) = f(x)$, oricare ar fi $x \in [1,4]$</p> <p>Așadar, F este primitive lui f pe intervalul $[1,4]$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
b)	$\int_1^3 \left(\frac{2}{x} - x\right)^2 dx = \int_1^3 \left(\frac{4}{x^2} - 4 + x^2\right) dx = -4 \cdot \frac{1}{x} \Big _1^3 - 4 \cdot x \Big _1^3 + \frac{x^3}{3} \Big _1^3 =$ $= -4\left(\frac{1}{3} - 1\right) - 4(3 - 1) + \frac{1}{3}(27 - 1) =$ $= \frac{10}{3}.$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$\int_1^e f(x) \ln x dx = \int_1^e \left(\frac{2}{x} - x\right) \ln x dx = \int_1^e \frac{2}{x} \ln x dx - \int_1^e x \ln x dx =$ $2 \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx - \int_1^e x \ln x dx$ $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x \Big _1^e - \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \implies \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln^2 e - \ln^2 1) = \frac{1}{2}$ $\int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} \Big _1^e = \frac{e^2+1}{4}$ $\int_1^e f(x) \ln x dx = 1 - \frac{e^2+1}{4} = \frac{3-e^2}{4}$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>