SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_șt_nat, ianuarie 2023

Clasa a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I *(30 de puncte)*

5p 1. Să se calculeze 23+21+19+…+9+7.

5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + ax - 4$. Știind că punctul A$(-2; 1)$ aparține graficului funcției, calculați $f(a)$.

5p 3. Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\sqrt[3]{x-1} = 1 - x$.

5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.

5p 5. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele A(1,1) si B$(2, -1)$. Determinați coordonatele punctului C de pe axa *Ox* pentru care $AC \perp AB$.

5p 6. Fia ABC un triunghi cu $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}}$. Calculați sinB.

Subiectul al II-lea *(30 de puncte)*

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B(x,y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 4 & -4 \end{pmatrix}, unde\ x, y \in \mathbb{R}$.

5p ***a)*** Arătați că $A \cdot A = 3 \cdot A$.

5p ***b)*** Arătați că $det(4 \cdot A - B(x,y)) = 0$ pentru orice numere reale x și y.

5p ***c)*** Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot B(x,y) = B(x,y) \cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 7(x+y)$.

5p ***a)*** Arătați că $2 \circ (-2) = -4$.

5p ***b)*** Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $2 \circ \sqrt[3]{x} = -9$.

5p ***c)*** Determinați n$\in \mathbb{N}$ pentru care $(n \circ n) \circ n \geq n^3$.

SUBIECTUL al III-lea *(30 de puncte)*

1. Se consideră funcția $f: (0; \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1}$.

5p ***a)*** Să se arate că $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x(x+1)^2}$.

5p ***b)*** Să se determine punctele de pe graficul funcției f în care tangenta la grafic este paralelă la axa Ox .

5p ***c)*** Să se arate că $\ln x \geq \frac{2(x-1)}{x+1}$, oricare ar fi $x \geq 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x^3+3x}{x^2+1}$.

5p ***a)*** Aratați că $\int_0^1 (x^2+1) \cdot f(x)dx = \frac{7}{4}$;

5p ***b)*** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$;

5p ***c)*** Aratați că $\int_0^1 \frac{e^x(x^2+1)}{x} \cdot f(x)dx = 4e - 5$.