
Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE
Simulare
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\left(\sqrt{2}-i\right)^2+\sqrt{8}\left(\sqrt{2}+i\right)=2-2\sqrt{2}i-1+4+2\sqrt{2}i$ $z=5\in\boldsymbol{N}$.	**3p** **2p**
2.	$\Delta=4m^2+4m+1-4m^2-8m=-4m+1$. Ecuația nu are soluții reale $\Leftrightarrow\Delta<0$. $-4m+1<0\Leftrightarrow m\in\left(\frac{1}{4},\infty\right)$.	**2p** **2p** **1p**
3.	$\frac{\log_3(x+1)}{3}+\log_3(x+1)=4$, și astfel obținem $4\log_3(x+1)=12$, $x+1=27$, iar soluția este $x=26$.	**3p** **2p**
4.	Produsul cifrelor este impar, prin urmare ambele cifre sunt impare, deci sunt 4 cazuri favorabile. Se pot forma $4\cdot5=20$ numere de două cifre cu cifrele mulțimii A, deci sunt 20 de cazuri posibile. $P=\frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$.	**2p** **2p** **1p**
5.	Diagonalele rombului sunt perpendiculare. $m_{AC}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=-5$. $m_{AC}\cdot m_{BD}=-1\,, prin\ urmare\ \ m_{BD}=\frac{1}{5}$.	**1p** **2p** **2p**
6.	$\sin a=\sin\left(\frac{\pi}{4}-b\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos b-\sin b\cos\frac{\pi}{4}$. $\sin a=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos b-\sin b)\ \Leftrightarrow\sqrt{2}\sin a=\cos b-\sin b$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}0&-3&1\\0&-1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$	**2p** **3p**

	$\det(A(1))=\begin{vmatrix}0 & -3 & 1\\ 0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix}=1$	
b)	$\mathrm{A}(2)=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. $\mathrm{A}(2)\cdot\mathrm{A}(2)=\begin{pmatrix}2 & -2 & 2\\ 0 & 0 & 0\\ 2 & -2 & 2\end{pmatrix}$ și $\mathrm{A}(2)\cdot\mathrm{A}(2)\cdot\mathrm{A}(2)=\begin{pmatrix}4 & -4 & 4\\ 0 & 0 & 0\\ 4 & -4 & 4\end{pmatrix}$ $x=2$	**1p** **3p** **1p**
c)	$det(\mathrm{A(m)})=(\mathrm{m}-2)^2$. $det(\mathrm{A(m)})=det(\mathrm{A(n)}) \Leftrightarrow (m-2)^2=(n-2)^2 \Leftrightarrow (m-n)(m+n-4)=0$. Deoarece m și n sunt numere naturale distincte, $(m,n)\in\{(0.4),(1.3),(3.1),(4.0)\}$	**2p** **1p** **2p**
2.a)	$1*1=\sqrt{(8+1^2)}+1\sqrt{(8+1^2)}=\sqrt{9}+\sqrt{9}=$ $=3+3=6$.	**3p** **2p**
b)	$\sqrt{x}*\sqrt{x}=2\sqrt{x}\sqrt{8+x}=2\sqrt{x^2+8x}, \forall x\geq 0$ $\sqrt{x}*\sqrt{x}=2 \Rightarrow \sqrt{x^2+8x}=1 \Longrightarrow x^2+8x-1=0$. Soluția pozitivă a acestei ecuații este $\sqrt{17}-4$, care este număr irațional.	**1p** **3p** **1p**
c)	$x*y=0 \Leftrightarrow x\sqrt{8+y^2}=-y\sqrt{8+x^2}$. Rezultă $x^2(8+y^2)=y^2(8+x^2)$, apoi $x^2=y^2$, deci $(x+y)(x-y)=0$. Rezultă $x+y=0$ *sau* $x-y=0 \Leftrightarrow x=y$, care convine doar pentru $x=y=0$. Așadar $x+y=0$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(e^x)'(x^2+1)-e^x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=\dfrac{e^x(x^2+1)-e^x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=$ $=\frac{e^x(x-1)^2}{(x^2+1)^2}, x\in\boldsymbol{R}$.	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2(f(x)+f'(x))}{e^x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2\left(\frac{e^x}{x^2+1}+\frac{e^x(x-1)^2}{(x^2+1)^2}\right)}{e^x}=$ $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x^2+1}+\dfrac{x^2(x-1)^2}{(x^2+1)^2}\right)=1+1=2$.	**2p** **3p**
c)	$f'(x)\geq 0, \forall x\in\boldsymbol{R}$, deci $f(x)\geq f(0)$, pentru orice $x\in[0,\infty)$. Rezultă $f\left(\sqrt{x}\right)\geq 1$, $\forall x\geq 0$, ceea ce este echivalent cu $e^{\sqrt{x}}\geq x+1, \forall x\geq 0$.	**3p** **2p**
2.a)	$\int_1^{e^2}\left(f(x)-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)dx=\int_1^{e^2}\frac{1}{x}=\ln x\Big\|_1^{e^2}=$ $\ln e^2-\ln 1=2-0=2$.	**3p** **2p**

---

b)	$\int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx = \ln x + 4\sqrt{x} + C$. Luăm $F(x) = \ln x + 4\sqrt{x} + C$.	**3p**
	$F(1) = 4 + C \Leftrightarrow 4 + C = 2022 \Leftrightarrow C = 2018$. Deci $F(x) = \ln x + 4\sqrt{x} + 2018, x \in (0, \infty)$.	**2p**
c)	$\int_1^a \frac{1}{x}\ln x dx = \frac{(\ln x)^2}{2}\Big\vert_1^a = \frac{(\ln a)^2}{2}$.	**2p**
	$\int_1^a \frac{2}{\sqrt{x}}\ln x dx = 4\int_1^a (\sqrt{x})'\ln x dx = 4\sqrt{x}\ln x\Big\vert_1^a - 4\int_1^a \sqrt{x}\frac{1}{x}dx = 4\sqrt{a}\ln a - 8\sqrt{a} + 8$.	**2p**
	$\int_1^a f(x)\ln x dx = \sqrt{a}\ln a^4 + \frac{1}{2}\ln^2 a - 16 \Leftrightarrow -8\sqrt{a} + 8 = -16 \Leftrightarrow a = 9 > 0$.	**1p**