Str. Ion Maiorescu Nr. 6, 200760 Craiova,
Telefon 0251/420961; 0351/407395 (407397) Fax: 0251/421824, 0351/407396
E-mail: isjdolj@isjdolj.ro Web: www.isjdolj.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate_info* **Varianta 1**
BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$z=a+bi \Longrightarrow 2(a+bi)+(1-i)(a-bi)=4-2i \Rightarrow 3a-b+i(-a+b)=4-2i$ $3a-b=4, -a+b=-2 \Rightarrow a=1, b=-1 \Rightarrow z=1-i$	**2p** **3p**
2.	Din relațiile lui Viete $\Rightarrow x_1+x_2=-m$ și $x_1x_2=m-2$ Obținem $-m+2m-4=-1 \Longrightarrow m=3$.	**2p** **3p**
3.	$x\in(4,\infty)$ $\log_2 x-\log_4(x-4)=2 \Leftrightarrow \log_2 x-\dfrac{\log_2(x-4)}{2}=2 \Leftrightarrow 2\log_2 x-\log_2(x-4)=4$ $\log_2\dfrac{x^2}{x-4}=4 \Rightarrow x^2=16(x-4)$ $x^2-16x+64=0 \Leftrightarrow (x-8)^2=0 \Leftrightarrow x=8$ care verifică ecuația	**1p** **3p** **1p**
4.	$A_6^3-A_5^2=\dfrac{6!}{3!}-\dfrac{5!}{3!}=$ =120-20=100	**3p** **2p**
5.	$\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}), \overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}) \Longrightarrow \overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ $\lvert\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\rvert=\dfrac{3}{2}\lvert\overrightarrow{AC}\rvert=\dfrac{3}{2}AC=\dfrac{3}{2}\cdot 10=15.$	**3p** **2p**
6.	$\cos 2x=2\cos^2 x-1 \Rightarrow 2\cos^2 x-3\cos x-2=0 \Rightarrow (2\cos x+1)(\cos x-2)=0$ $2\cos x+1=0 \Rightarrow \cos x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=\dfrac{2\pi}{3}\in(0,\pi)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\det(A(-1))=\begin{vmatrix}-3 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & -1 & -1\end{vmatrix}=$ $=3+1+3-1-9-1=-4.$	**2p** **3p**
b)	$\det(A(n))=\begin{vmatrix}2n-1 & 1 & 1\\ n & 1 & 3\\ 1 & -1 & n\end{vmatrix}=n^2+4n-1$ $n\in\mathbb{N} \Longrightarrow n^2+4n-1\neq 0 \Longrightarrow rang(A)=3$	**2p** **3p**
c)	$A(m)\in\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ și $A^{-1}(m)\in\mathcal{M}_3(\mathbb{Z}) \Longrightarrow \det(A(m))\in\mathbb{Z}$ și $\det(A^{-1}(m))\in\mathbb{Z}$ $A(m)\cdot A^{-1}(m)=I_3 \Longrightarrow \det(A(m))\cdot\det(A^{-1}(m))=1 \Longrightarrow$ $\det(A(m))=\det(A^{-1}(m))=\pm 1$	**1p** **2p**

Inspectoratul Școlar Județean Dolj
Str. Ion Maiorescu Nr. 6, 200760 Craiova,
Telefon 0251/420961; 0351/407395 (407397) Fax: 0251/421824, 0351/407396
E-mail: **isjdolj@isjdolj.ro** Web: **www.isjdolj.ro**
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL EDUCAȚIEI

	$m^2+4m-1=\pm 1, m\in\mathbb{Z}\Longrightarrow m\in\{-4,0\}$.	**2p**
2.a)	$x*e=e*x=\sqrt[3]{x^3e^3-x^3-e^3+2}$ $x*e=x\Longrightarrow\sqrt[3]{x^3e^3-x^3-e^3+2}=x$ $e^3=2\Longrightarrow e=\sqrt[3]{2}$	**1p** **1p** **3p**
b)	$x=x'\Longrightarrow x*x=e\Longrightarrow\sqrt[3]{(x^3-1)^2+1}=\sqrt[3]{2}$ $(x^3-1)^2=1\Longrightarrow x^3-1=\pm1\Longrightarrow x=0$ sau $x=\sqrt[3]{2}$	**3p** **2p**
c)	$x*x*x=\sqrt[3]{(x^3-1)^3+1}$ $x*x*x=x\Longrightarrow\sqrt[3]{(x^3-1)^3+1}=x\Longrightarrow(x^3-1)^3-(x^3-1)=0$ $(x^3-1)[(x^3-1)^2-1]=0\Longrightarrow x\in\{0,1,\sqrt[3]{2}\}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=(x+2)'\cdot e^{\frac{1}{x}}+(x+2)\cdot\left(e^{\frac{1}{x}}\right)'=e^{\frac{1}{x}}+(x+2)\cdot e^{\frac{1}{x}}\cdot\frac{-1}{x^2}=$ $=\frac{(x^2-x-2)e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$.	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)=\infty\Longrightarrow$ dreapta $x=0$ este asimptotă verticală la graficul funcției $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty\Longrightarrow$ graficul funcției nu are asimptotă orizontală.	**1p** **1p**
	$m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=1, n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)=3\Longrightarrow$ dreapta $y=x+3$ este asimptotă oblică spre ∞ la graficul funcției	**3p**
c)	Graficul funcției intersectează dreapta $y=2022$ în două puncte $\Longleftrightarrow$ ecuația $f(x)=2022$ are două soluții distincte. Fie $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-2022 \Longrightarrow g$ continuă și $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}g(x)\cdot g(2)<0$ și $\lim\limits_{x\to\infty}g(x)\cdot g(2)<0\Longrightarrow$ ecuația $g(x)=0$ are cel puțin două soluții reale. g strict descrescătoare pe $(0,2]$, g strict crescătoare pe $[2,\infty)$ $\Longrightarrow$ ecuația $g(x)=0$ are exact două soluții reale.	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int_1^e f(\ln x)dx=\int_1^e\frac{\ln^2x}{e^{\ln x}}dx=\int_1^e\frac{\ln^2x}{x}dx$ Cu schimbarea de variabilă $\ln x=t$, obținem $\int_0^1 t^2dt=\frac{t^3}{3}\Big\|_0^1=\frac{1}{3}$.	**2p** **3p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 x^2\cdot e^{-x}dx=-x^2\cdot e^{-x}\|_0^1+2\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx=$ $=-\frac{1}{e}+2\left(-x\cdot e^{-x}\|_0^1+\int_0^1 e^{-x}dx\right)=-\frac{1}{e}+2\left(-\frac{1}{e}-e^{-x}\|_0^1\right)=\frac{2e-5}{e}$.	**2p** **2p**
c)	f strict crescătoare pe $(0,2]$, f strict descrescătoare pe $[2,\infty)$ $\Longrightarrow 0\le f(x)\le\frac{4}{e^2}, (\forall)x\ge0$ $\Longrightarrow 0\le f^n(x)\le\left(\frac{4}{e^2}\right)^n(\forall)x\in[a,b]\Longrightarrow 0\le\int_a^b f^n(x)dx\le\left(\frac{4}{e^2}\right)^n(b-a)$ și deoarece $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4}{e^2}\right)^n(b-a)=0$, obținem că $\lim\limits_{n\to\infty}I_n=0$.	**2p** **3p**