Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p	**1.** $\left\{2022+\sqrt{2}\right\}=\left\{\sqrt{2}\right\}=\sqrt{2}-\left[\sqrt{2}\right]=\sqrt{2}-1$	**3p**
	$a=\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)\Rightarrow a=1\in\mathbf{N}$	**2p**
5p	**2.** $G_f\cap Ox=\varnothing\Leftrightarrow\Delta<0$	**2p**
	$\Delta<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow m\in(-2,2)\cap\mathbf{Z}\Leftrightarrow m\in\{-1,0,1\}$	**3p**
5p	**3.** $2\lg x=\lg(x+2)\Leftrightarrow x^2-x-2=0$	**3p**
	$x=-1$, care nu convine, $x=2$, care convine	**2p**
5p	**4.** Numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente este:	
	$C_n^2+C_n^4+C_n^6+\ldots=2^{n-1}-C_n^0=2^{n-1}-1$	**3p**
	$2^{n-1}-1=511\Leftrightarrow 2^{n-1}=512=2^9\Leftrightarrow n-1=9\Leftrightarrow n=10$	**2p**
5p	**5.** d: $2x-3y+1=0\Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\Rightarrow m_d=\frac{2}{3}$	
	$a\perp d\Rightarrow m_a\cdot m_d=-1\Rightarrow m_a\cdot\frac{2}{3}=-1\Rightarrow m_a=-\frac{3}{2}$	**3p**
	Ecuația dreptei a: $y-y_A=m_a\cdot(x-x_A)\Leftrightarrow y-2=-\frac{3}{2}(x-1)\Leftrightarrow 2y-4=-3x+3\Leftrightarrow a: 3x+2y-7=0$	**2p**
5p	**6.** $\sin A+\cos A=0\Leftrightarrow tgA=-1$	**2p**
	$A\in(0,\pi)\Rightarrow A=\frac{3\pi}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

5p	**1.a)** $A(0)=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&i&0\\-1&0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow\det A(0)=\begin{vmatrix}1&0&2\\0&i&0\\-1&0&-1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-i+0+0-(-2i)-0-0=i$	**3p**
5p	**b)** $\det A(a)=\begin{vmatrix}1&a&2\\a&i&a\\-1&a&-1\end{vmatrix}=a^2+i$, pentru orice număr real a	**2p**
	Cum, pentru orice număr real a, $a^2+i\neq 0$, obținem că $\det A(a)\neq 0$, deci, pentru orice număr real a, matricea $A(a)$ este inversabilă	**3p**
5p	**c)** $A(0)\cdot A(0)=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&i^2&0\\0&0&-1\end{pmatrix}=-I_3$	**2p**
	$\underbrace{A(0)\cdot A(0)\cdot A(0)\cdot\ldots\cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori } A(0)}=\underbrace{(-I_3)\cdot(-I_3)\cdot(-I_3)\cdot\ldots\cdot(-I_3)}_{\text{de 1011 ori } (-I_3)}=-I_3$	**3p**

5p	**2. a)** $x\circ y = xy-6x-6y+36+6=$ $=x(y-6)-6(y-6)+6=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y	2p 3p
5p	**b)** Elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$” este 7 $x'\in\mathbf{Z}$ este simetricul lui $x\in\mathbf{Z}$ dacă $x\circ x'=x'\circ x=7$, de unde $x'=6+\dfrac{1}{x-6}$, $x\neq 6$ $x=6$ nu este simetrizabil. Cum $x'\in\mathbf{Z}$, obţinem $x=5$ sau $x=7$, de unde rezultă că $(x,x')\in\{(5,5),(7,7)\}$	1p 2p 2p
5p	**c)** $x\circ 6=6$ şi $6\circ y=6$, pentru orice numere reale x şi y Deoarece legea „$\circ$” este asociativă, avem $\frac{2022}{1}\circ\frac{2022}{2}\circ\frac{2022}{3}\circ\ldots\circ\frac{2022}{2022}=$ $=\underbrace{\left(\frac{2022}{1}\circ\frac{2022}{2}\circ\ldots\circ\frac{2022}{336}\right)}_{x}\circ\frac{2022}{337}\circ\underbrace{\left(\frac{2022}{338}\circ\ldots\circ\frac{2022}{2022}\right)}_{y}=x\circ 6\circ y=(x\circ 6)\circ y=6\circ y=6$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\mathrm{arctg}x+x\cdot\frac{1}{x^2+1}-\frac{2x}{x^2+1}=\mathrm{arctg}x-\frac{x}{x^2+1}$, $x\in\mathbf{R}$	5p
5p	**b)** $f''(x)=\frac{1}{x^2+1}-\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{2x^2}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbf{R}$ $\Rightarrow f''(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbf{R}\Rightarrow f$ convexă pe $\mathbf{R}$	3p 2p
5p	**c)** $f''(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbf{R}\Rightarrow f'$ crescătoare pe $\mathbf{R}\Leftrightarrow g$ crescătoare pe $\mathbf{R}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\frac{\pi}{2}$, $\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=\frac{\pi}{2}$ şi, cum g este continuă pe $\mathbf{R}$, rezultă că $\mathrm{Im}\,g=\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$	2p 3p
5p	**2. a)** $\int\frac{f^2(x)}{x}dx=\int(x-x^2)\,dx=$ $=\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+C$	3p 2p
5p	**b)** F este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x),\ x\in(-\infty,0)$ Se obțin valorile $a=\frac{2}{5}$, $b=-\frac{2}{15}$, $c=-\frac{4}{15}$	2p 3p
5p	**c)** F și G primitive ale funcției $f\Rightarrow G(x)=F(x)+c=\left(\frac{2}{5}x^2-\frac{2}{15}x-\frac{4}{15}\right)\sqrt{1-x}+c$, $c\in\mathbf{R}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}G(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{(-x)^5}=\infty$ și cum $G'(x)=f(x)=x\sqrt{1-x},\ x\in(-\infty,0)$, rezultă $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{G'(x)}{\left(\sqrt{(-x)^5}\right)'}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{\frac{5}{2}x\sqrt{-x}}=\frac{2}{5}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\sqrt{1-x}}{x\sqrt{-x}}=\frac{2}{5}\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\frac{2}{5}\cdot 1=\frac{2}{5}$	2p 1p 2p