

Simularea examenului de bacalaureat național 2022

Proba E. c) Matematică M_șt.-naturii

Simulare județeană

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică astfel încât $a_{20} + a_{22} = 2022$. Calculați a_{21} .
- 5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2m - 3$, $m \in \mathbb{R}$. Aflați parametrul real m astfel încât graficul funcției să fie tangent axei Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $M = \{\lg 1, \lg 2, \lg 3, \dots, \lg 2022\}$ acesta să fie număr natural.
- 5p 5. Se consideră triunghiul ABC și punctul $M \in (BC)$ astfel încât $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{5}$.
Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$.
- 5p 6. Calculați $\sin 2x$, $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, dacă se știe că $\cos x = -\frac{1}{4}$.

Subiectul II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & 0 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $m \in \mathbb{R}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Determinați valorile reale ale lui m pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.
- 5p b) Arătați că $(A(-1))^3 = 3(A(-1))^2 - 2A(-1)$.
- 5p c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\det(A(-1) - xI_3) = 0$.
2. Pe mulțimea $G = (-3, \infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 4xy + 12x + 12y + 33$, $\forall x, y \in G$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = 4(x+3)(y+3) - 3$, $\forall x, y \in G$
- 5p b) Arătați că toate elementele mulțimii G sunt simetrizabile în raport cu legea de compoziție dată.
- 5p c) Rezolvați ecuația $x \circ x \circ x = 29$.

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{2e^x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) + f(x) = xe^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că $f(x) > -3$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Arătați că graficului funcției f are două puncte de inflexiune.
2. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2) \ln x$.
- 5p a) Arătați că funcția $G: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $G(x) = \frac{\ln^2 x}{2}$ este o primitivă a funcției $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 2x}$.
- 5p b) Calculați $\int_1^e (f(x) - 2 \ln x) dx$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} \int_1^x f(t) dt$.