



Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E.c)

Matematică *M\_șt-nat*

Simulare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $z = (\sqrt{2} - i)^2 + \sqrt{8}(\sqrt{2} + i)$  este natural, unde  $i^2 = -1$ .
- 5p 2. Determinați mulțimea numerelor reale  $m$  pentru care ecuația  $x^2 - (2m + 1)x + m(m + 2) = 0$  **nu** are soluții reale.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_{27}(x + 1) + \log_3(x + 1) = 4$ .
- 5p 4. Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor de două cifre formate cu elementele mulțimii  $A$ , acesta să aibă produsul cifrelor impar.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră rombul  $ABCD$ , unde  $A(1, -2)$  și  $C(0, 3)$ . Determinați panta dreptei  $BD$ .
- 5p 6. Se consideră numerele reale  $a$  și  $b$  cu proprietatea că  $a = \frac{\pi}{4} - b$ . Arătați că  $\sqrt{2}\sin a = \cos b - \sin b$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & a-4 & 1 \\ 0 & a-2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 1$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A(2) \cdot A(2) \cdot A(2) = x \cdot A(2) \cdot A(2)$ .
- 5p c) Determinați perechile de numere naturale distincte  $(m, n)$  pentru care  $\det(A(m)) = \det(A(n))$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x\sqrt{8 + y^2} + y\sqrt{8 + x^2}$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * 1 = 6$ .
- 5p b) Arătați că dacă  $x \geq 0$  astfel încât  $\sqrt{x} * \sqrt{x} = 2$ , atunci  $x$  este număr irațional.
- 5p c) Demonstrați că dacă  $x * y = 0$ , atunci  $x + y = 0$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{e^x(x-1)^2}{(x^2+1)^2}$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(f(x) + f'(x))}{e^x}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $e^{\sqrt{x}} \geq x + 1$ , pentru orice număr  $x \in [0, \infty)$ .

Probă scrisă la matematică *M\_șt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

Varianta 1



Str. Ion Măiorescu Nr. 6, 200760 Craiova,  
Telefon 0251/420961; 0351/407395 (407397) Fax: 0251/421824, 0351/407396  
E-mail: isjdolj@isjdolj.ro Web: www.isjdolj.ro



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI

2. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .

- 5p** a) Arătați că  $\int_1^{e^2} \left( f(x) - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx = 2$ .
- 5p** b) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$  cu proprietatea că  $F(1) = 2022$ .
- 5p** c) Aflați numărul real  $a, a > 0$ , știind că  $\int_1^a f(x) \ln x dx = \sqrt{a} \ln a^4 + \frac{1}{2} \ln^2 a - 16$ .