

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_1 = 6$ și $a_2 = 12$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 5$. Arătați că $(f \circ f)(\sqrt{5}) = \sqrt{5}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(\sqrt{3})^{4+x-x^2} = \sqrt[3]{27}$.
- 5p 4. Aflați $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ are 56 de submulțimi cu exact trei elemente.
- 5p 5. Fie vectorii $\vec{u} = m \cdot \vec{i} + (m+1) \cdot \vec{j}$ și $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + (m+3) \cdot \vec{j}$. Să se determine $m > 0$ astfel încât vectorii \vec{u} și \vec{v} să fie coliniari.
- 5p 6. Știind că $\frac{a}{2} \in (0, \frac{\pi}{2})$ și $\cos \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, calculați $\cos a$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Pentru fiecare $m \in \mathbb{R}$, se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații
- $$\begin{cases} x + y + m \cdot z = 1 \\ x + m \cdot y + z = 1 \\ m \cdot x + y + z = 1 \end{cases}$$
- 5p a) Să se arate că $\det A(m) = -(m-1)^2 \cdot (m+2)$, $m \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul dat are soluție unică.
- 5p c) Pentru $m = 0$, rezolvați sistemul.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = x \cdot y - 5 \cdot (x + y) + 30$
- 5p a) Să se arate că $x * y = (x-5) \cdot (y-5) + 5$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$
- 5p b) Să se arate că legea "*" este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p c) Să se calculeze $1 * 2 * 3 * \dots * 2021$

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 5 \cdot x - 5) \cdot e^x$.
- 5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Să se arate că tangenta la graficul funcției f , dusă în punctul de coordonate $(-2; f(-2))$ este paralelă cu axa Ox .
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \cdot \ln x$.
- 5p a) Determinați mulțimea primitivelor funcției f pe intervalul $(0, \infty)$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{x-1}$, unde F este o primitivă pe intervalul $(0, \infty)$ pentru care $F(1) = 0$.
- 5p c) Stabiliți intervalele de monotonie ale funcției F de la subpunctul b).