



Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E.c)

Matematică  $M\_mate\_info$

Simulare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Determinați numărul complex  $z \in \mathbb{C}$  știind că  $2z + (1 - i)\bar{z} = 4 - 2i$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p 2. Se consideră ecuația  $x^2 + mx + m - 2 = 0$ , cu rădăcinile  $x_1$  și  $x_2$ , unde  $m$  este un număr real. Determinați valoarea parametrului real  $m$  pentru care  $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -1$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 x - \log_4(x - 4) = 2$ .
- 5p 4. Câte numere naturale cu trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ?
- 5p 5. Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 6$  și  $BC = 8$ . Fie  $M$  mijlocul laturii  $(BC)$  și  $N$  mijlocul laturii  $(CD)$ . Să se calculeze lungimea vectorului  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$ .
- 5p 6. Determinați  $x \in (0, \pi)$  pentru care  $\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} 2m - 1 & 1 & 1 \\ m & 1 & 3 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(-1)) = -4$ .
- 5p b) Arătați că pentru orice număr natural  $n$ , rangul matricei  $A(n)$  este egal cu 3.
- 5p c) Determinați numerele întregi  $m$ , pentru care inversa matricei  $A(m)$  are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție asociativă:  
$$x * y = \sqrt[3]{x^3 y^3 - x^3 - y^3 + 2}.$$
- 5p a) Determinați elementul neutru al legii de compoziție  $*$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  care sunt egale cu simetricul lor în raport cu legea compoziție  $*$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$ , pentru care  $x * x * x = x$ .



**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x + 2) \cdot e^{\frac{1}{x}}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x^2 - x - 2)e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$ .
- 5p b) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că graficul funcției  $f$  intersectează dreapta de ecuație  $y = 2022$  în două puncte distincte.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^e f(\ln x) dx = \frac{1}{3}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{2e-5}{e}$ .
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul, definim  $I_n = \int_a^b f^n(x) dx$  unde  $0 \leq a < b$ .  
Demonstrați că  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$ .