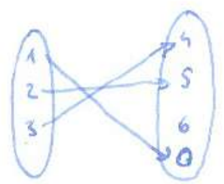
A (17) Determinați G_f și reprezentați geometric g_f pentru:

a)



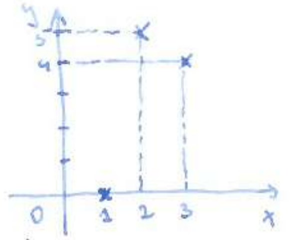
b)

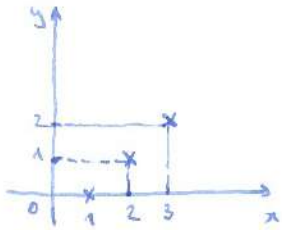
x	1	2	3
$f(x)$	0	1	2

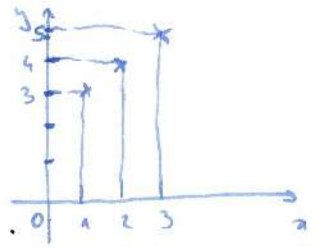
c) $f: \{1,2,3\} \to \mathbb{N}$

$f(x) = x+2$

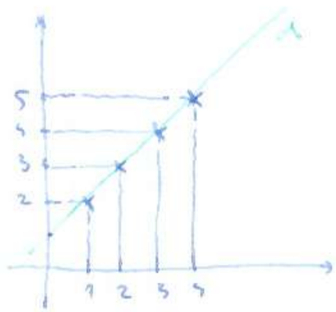
$G_f = \{0,4,5\}$ $\quad$ $G_f = \{0,1,2\}$ $\quad$ $G_f = \{3,4,5\}$







d) $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n = n+1$



Șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este funcția $a: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$a(n) = a_n = n+1$

așadar $G_f = \{2, 3, 4, \dots\}$

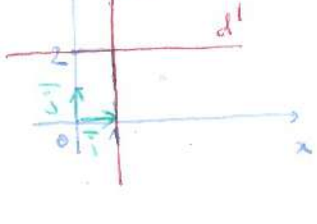
iar $g_f = \{A(x,y) \mid x \in \mathbb{N}, x \geq 1$ și $A \in d\}$

aceasta are loc pt $y = x+1$

deci $g_f = \{A(x, x+1) \mid x \in \mathbb{N}, x \geq 1\}$

Temă: Reprez g_f pt $f: \{0, \pm 1, \pm 2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$

G. (17) Reprez dreptele d și d' ce trec prin $A(1,2)$ și cf. $d \perp Ox$, $d' \perp Oy$. Scrieți-le ecuațiile și determinați-le câte un VERSOR director.



$d: x = 1$ are un vector director $\bar{i}$

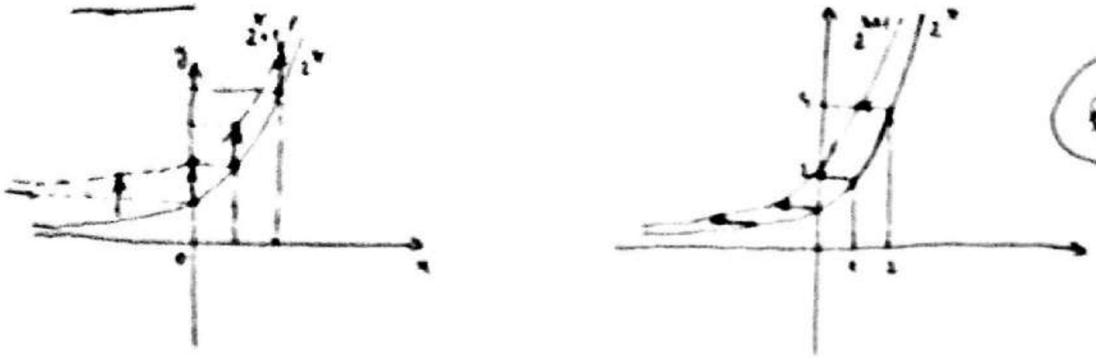
$d': y = 2$ are un vector director $\bar{j}$

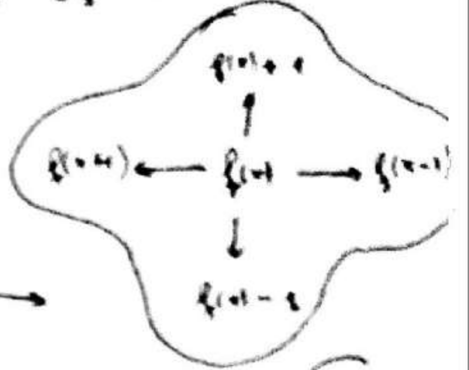
Rețineți: pt $A(1,0)$ și $B(0,1)$ vectorii $\overline{OA} \overset{not}{=} \bar{i}$ și $\overline{OB} \overset{not}{=} \bar{j}$ s.n. versorii axelor de coordonate.

Temă: Fie d și d' paralelele prin $A(-1,2)$ la Ox și Oy. Reprezentați-le și scrieți-le ecuațiile.

1 p M - Clasa a X-a 2.10.20

A. (1) Reprez. $g_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g_1(x) = 2^x$, $g_2(x) = 2^x + 1$, $g_3(x) = 2^{x+1}$





Trad în funcții!

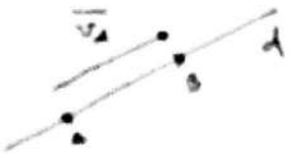
Obținem g_{2^x+1} translatând g_{2^x} cu o unitate în sus

Obținem $g_{2^{x+1}}$ translatând g_{2^x} cu o unitate spre stânga

$\boxed{\text{Temă}}$ Reprez. $g_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g_1(x) = 2^x$, $g_2(x) = 2^x - 1$, $g_3(x) = 2^{x-1}$

6 (1) Fie $d: y - 3x = 2$. Determinați un vector director al dreptei d.

Un vector director al dreptei d este orice vector ce are aceeași direcție cu dreapta d.



Alegem $A(0,2)$, $B(-1,-1) \in d \Rightarrow$ alegem $\overline{v_d} = \overline{AB}$

$\overline{v_d} = \overline{AB} \overset{not}{=} (-1,-3)$ ■

notație pentru $-\bar{i} - 3\bar{j}$

? Notăm un vector $\bar{v} = v_1\bar{i} + v_2\bar{j}$ cu $\bar{v} = (v_1, v_2)$?

$\boxed{\text{Temă}}$: Determinați un vector director al dreptei AB știind că $A(1,2)$, $B(3,-1)$. Puteți determina și un versor director al dreptei AB?

AL 17. Determinați A^n dacă $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ și $n\in\mathbb{N}^*$ oarecare

$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow$ $\mathrm{Tr}A=0$

$\det A=1$

Cum $A\in M_2(\mathbb{R}) \xRightarrow{\text{Th H-C}} A^2-\mathrm{Tr}A\cdot A+\det A\cdot I_2=O_2$ $\Big| \Rightarrow A^2-0A+I_2=O_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow A^2=-I_2 \Rightarrow A^{2k}=(A^2)^k=(-1)^k I_2^k=(-1)^k I_2$

iar $A^{2k+1}=(-1)^k I_2\cdot A=(-1)^k A$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \forall n\in\mathbb{N}^*$ $A^n=\begin{cases}(-1)^k I_2 & \text{dacă } n=2k\\ (-1)^k A & \text{dacă } n=2k+1\end{cases}$ ■

$\boxed{\text{Temă}}$: Determinați A^n dacă $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 6\end{pmatrix}$

An 18. Folosiți criteriul Cleștelui pentru a demonstra că
$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^2}=\ell\in\left[\tfrac{1}{2},1\right]$$

Notăm $a_n=\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^2}=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}$

evident $a_{n+1}=a_n+\frac{1}{(n+1)^2}\Rightarrow a_n\nearrow \Rightarrow \exists\lim_{n\to\infty}a_n=\ell\in\overline{\mathbb{R}}$

Cum $0\le k(k-1)<k^2<k(k+1)$ $\forall k\geq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{k(k-1)}>\frac{1}{k^2}>\frac{1}{k(k+1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{k-1}-\frac{1}{k}>\frac{1}{k^2}>\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\Rightarrow$

$\Rightarrow \sum_{k=2}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)<\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^2}<\sum_{k=2}^{n}\left(\frac{1}{k-1}-\frac{1}{k}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}}_{\downarrow}<\underset{\downarrow}{a_n}<\underbrace{1-\frac{1}{n}}_{\downarrow} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\le\ell\le 1 \Rightarrow \ell\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ ■

$\boxed{\text{Temă}}$! Folosiți Wolfram Alpha pentru a calcula $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$