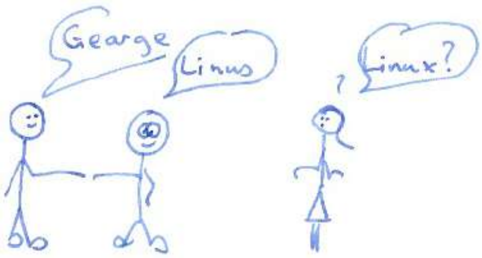
1p 7t – Clasa a IX-a 208 – 09

A. 8 Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Z} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \end{cases}$

Demonstrați că f este periodică de perioadă principală $T_0 = 1$



• $T_0 = 1$ perioadă:

ev $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x + 1 \in \mathbb{R}$

fie $x \in \mathbb{R}$

dacă $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + 1 \in \mathbb{Z}$ și atunci $f(x+1) = 1 = f(x)$

dacă $x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x+1 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ și atunci $f(x+1) = 0 = f(x)$

Așadar $T_0 = 1$ este perioadă.

• $T_0 = 1$ cea mai mică perioadă pozitivă:

Pp A $\exists\, t \in (0,1)$ perioadă

$$\left.\begin{array}{l} \text{Cum } t \in (0,1) \Rightarrow t \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Z} \Rightarrow f(0+t) = f(t) = 0 \\ \text{cum } f(0) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = 1 \text{ (contradicție)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ presupunerea este falsă $\Rightarrow T_0 = 1$ cea mai mică perioadă poz.

Așadar f periodică de perioadă principală $T_0 = 1$ ■

Reamintim:

• $f: A \to B$ periodică de perioadă $T \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ a) $\forall x \in A \Rightarrow x + T \in A$

b) $\forall x \in A \Rightarrow f(x+T) = f(x)$

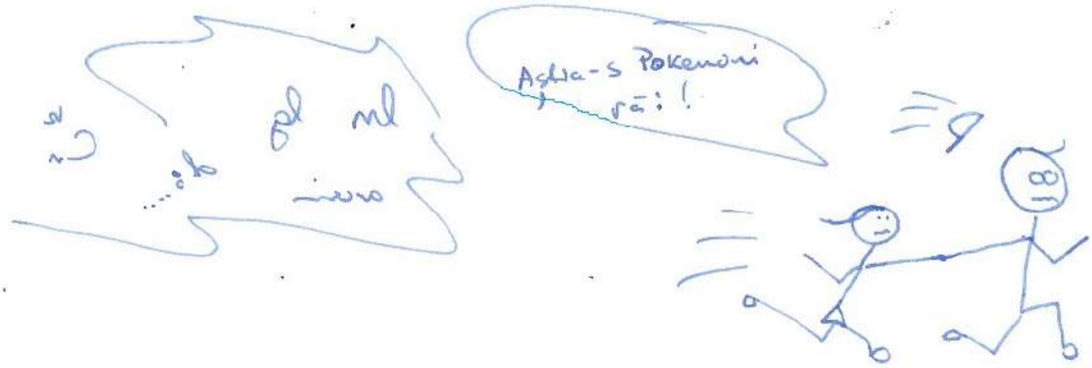
• Cea mai mică perioadă pozitivă a unei funcții periodice f s.n. perioadă principală a funcției f.

$\boxed{\text{Temă:}}$ $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ e o funcție periodică ce admite ca perioadă orice număr rațional $q \in \mathbb{Q}$. In plus f nu are perioadă principală

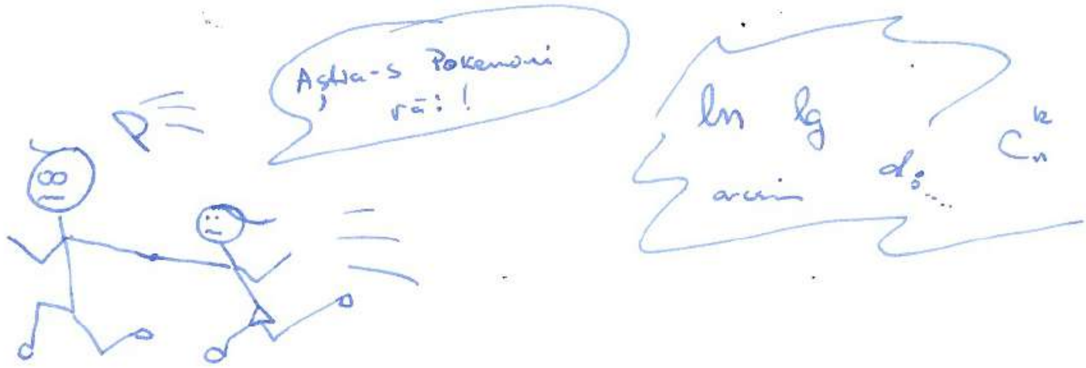
T. 8 Calculați $\sin x$ dacă $x \in [\pi, 2\pi]$ și $\cos x = \frac{1}{3}$

$$\left.\begin{array}{l} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \text{Cum } x \in [\pi, 2\pi] \Rightarrow \sin x < 0 \end{array}\right| \Rightarrow \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad ■$$


Lipsesc de 2 zile!
Cred că-s după Pokemoni

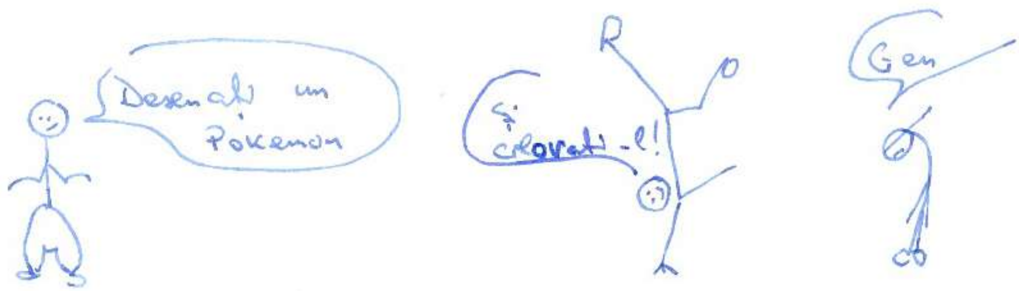

Aștia-s Pokemoni răi!


Temă:
Desenați un Pokemon
Și colorați-l!
Gen


Aștia-s Pokemoni răi!
ln lg arcsin C_n^k


Lipsesc de 2 zile!
Cred că-s după Pokemoni

Temă:


Desenați un Pokemon
Și colorați-l!
Gen

An (8) Fie $f:(0,1)\longrightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln^2 x$

Det. Im f.

$f'=\ln^2 x+2\ln x=\ln x(\ln x+2)$

x		0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		1	
$\ln x$	$//$	$($	$-$		$-$	0	$+$
$\ln x+2$	$//$	$($	$-$	0	$+$		$+$
$f'(x)=\ln x(\ln x+2)$	$//$	$($	$+$		$-$	$)$	$//$
$f(x)$	$//$	$($	$\nearrow$		$\searrow$	$)$	$//$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\x>0}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 0\\x>0}}\frac{\ln^2 x}{\frac{1}{x}}\overset{\frac{-\infty}{\infty}}{\underset{l'H}{=}}\lim_{\substack{x\to 0\\x>0}}\frac{2\ln x\cdot\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}=\lim_{\substack{x\to 0\\x>0}}\frac{-2\ln x}{\frac{1}{x}}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{l'H}{=}}$$

$$=\lim_{\substack{x\to 0\\x>0}}-2\cdot\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}=0$$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=\frac{1}{\sqrt{e}}\cdot\ln^2\frac{1}{\sqrt{e}}=\frac{1}{\sqrt{e}}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4\sqrt{e}}$

$\lim_{\substack{x\to 1\\x<1}} f(x)=0$

$\Rightarrow$

x		0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		1	
$f(x)$	$//$	$(0$	$\nearrow$	$\frac{1}{4\sqrt{e}}$	$\searrow$	$0)$	$//$

Cum f e continuă $\Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{Im} f=\left(0,\frac{1}{4\sqrt{e}}\right)$ ■

$\boxed{\text{temă}}$: Determinați mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{R}\ \middle|\ \frac{x^2}{1+x^4}\le \operatorname{arctg} x^2\right\}$

Al (8) Fie $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}$. Calculați A^{2016}

$\left.\begin{array}{l}\operatorname{Tr} A=7\\ \det A=0\end{array}\right|\overset{H-C}{\Longrightarrow} A^2=7A \Rightarrow$ Dem prin inducție că $A^n=7^{n-1}A$ ■

$\boxed{\text{temă !}}$

Reamintim:

$\forall A\in M_2(\mathbb{R}) \Rightarrow A^2-\operatorname{Tr}A\cdot A+\det A\cdot I_2=O_2$ (Th H-C)

(teorema HAMILTON-CAYLEY în $M_2(\mathbb{R})$)