A. 3 Calculați:

$$S = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \ldots\ldots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

termenul general (t.g.) $a_k = \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$ se scrie $a_k = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{2}{k+1} + \frac{1}{k+2}\right)$

și atunci

$$a_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} - \frac{2}{2} + \frac{1}{3}\right)$$
$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$$
$$a_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}\right)$$
$$a_4 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{n-2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n-2} - \frac{2}{n-1} + \frac{1}{n}\right)$$
$$a_{n-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{2}{n} + \frac{1}{n+1}\right)$$
$$a_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2}\right)$$

$$(+)\quad S = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}\right)$$

O astfel de sumă în care termenii se reduc se numește SUMĂ TELESCOPICĂ

Temă: Calculați:

a) $S = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$ (adică $S = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}$)

b) $S = \sum_{k=1}^{n} \frac{3k+2}{k(k+1)(k+2)}$ (indicație: t.g. $= \frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} - \frac{2}{k+2}$)

? Cum obținem descompunerea ?

1 WOLFRAMALPHA: $(3k+2)/(k(k+1)(k+2))$ ↵

2 Caută $\underbrace{\text{PARTIAL FRACTION}}$ EXPANSION: $\frac{1}{k+1} - \frac{2}{k+2} + \frac{1}{k}$ ☺

↑

FUNCȚII RAȚIONALE, în română

(vezi și fracții raționale)

T. (3) Demonstrați că

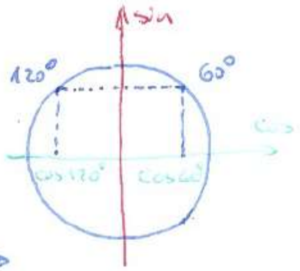
$$\sin x + \sin(x+120^\circ) + \sin(x+240^\circ) = 0$$

$$M.S. = \sin x + \sin(x+240^\circ) + \sin(x+120^\circ) =$$

$$= 2\sin\frac{x+x+240^\circ}{2}\cos\frac{x-(x+240^\circ)}{2} + 2\sin(x+120^\circ)$$

$$= 2\,\underline{\sin(x+120^\circ)}\,\cos 120^\circ + \underline{\sin(x+120^\circ)}$$

$$= 2\sin(x+120^\circ)\cdot\left[\cos 120^\circ + \frac{1}{2}\right]$$



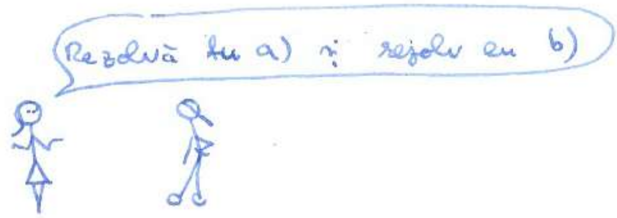
Dar $\cos(120^\circ) = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow MS = 0$

q.e.d.

Temă: Calculați

a) $\cos x + \cos(x+120^\circ) + \cos(x+240^\circ)$

b) $\cos 2^\circ + \cos(122^\circ) + \cos 242^\circ$



WolframAlpha computational knowledge engine

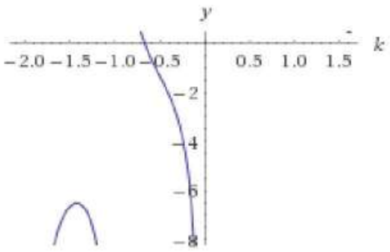
(3k+2)/(k(k+1)(k+2))

Examples Random

Input:

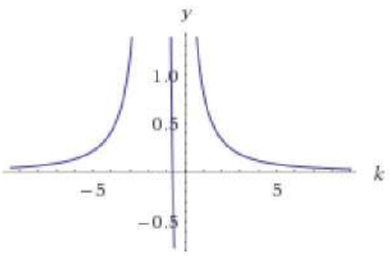
$$\frac{3k+2}{k(k+1)(k+2)}$$

Plots:



(k from −2.1 to 1.6)

Enable interactivity



(k from −9.5 to 9)

Enable interactivity

Alternate forms:

More forms Step-by-step solution

$$\frac{2}{k(k+1)(k+2)}+\frac{3}{(k+1)(k+2)}$$

$$\frac{1}{k}-\frac{k}{k^2+3k+2}$$

$$\frac{3k+2}{k(k(k+3)+2)}$$

Partial fraction expansion:

Step-by-step solution

$$\frac{1}{k+1}-\frac{2}{k+2}+\frac{1}{k}$$

A. (3) Rezolvați ecuația:

$$x + x^3 + 2^x = 14$$

Știm că $x \nearrow_s$ pe $\mathbb{R}$, $x^3 \nearrow_s$ pe $\mathbb{R}$, $2^x \nearrow_s$ pe $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $x + x^3 + 2^x \nearrow_s$ pe $\mathbb{R}$ deci injectivă

cum $2 + 2^3 + 2^2 = 14$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $x = 2$ unica soluție ∎

Redactăm și așa:

$$\underbrace{\underbrace{x}_{\nearrow_s \text{ pe } \mathbb{R}} + \underbrace{x^3}_{\nearrow_s \text{ pe } \mathbb{R}} + \underbrace{2^x}_{\nearrow_s \text{ pe } \mathbb{R}}}_{\nearrow_s \text{ pe } \mathbb{R} \text{ deci injectivă}} = 14$$

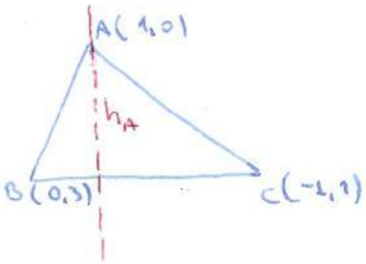
obs $x = 2$ soluție $\Rightarrow$ $x = 2$ unica sol

$\boxed{\text{temă:}}$ Rezolvați ecuațiile:

a) $5^x + 3^x + 2^x = 10$

b) $5^x - 3^x - 2^x = 12$

G. (3) Scrieți ecuația înălțimii din A în ΔABC cu $A(1,0)$, $B(0,3)$, $C(-1,1)$



$h_A : \frac{y - y_A}{x - x_A} = m_{h_A}$ CNN

$h_A \perp BC \Rightarrow m_{h_A} = -\frac{1}{m_{BC}}$

$m_{BC} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -3$

$\Rightarrow m_{h_A} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow h_A : y - 0 = \frac{1}{3}(x-1) \Leftrightarrow h_A : x - 3y = 1$ ∎

$\boxed{\text{temă:}}$ pentru triunghiul ABC de mai sus

a) scrieți ecuația h_B

b) Determinați coordonatele ortocentrului H (al ΔABC)

1pzi - Clasa a XI-a

Al ③ Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care $\begin{cases} x+y+3z=0 \\ 2x-y+mz=0 \\ 4x+y+5z=0 \end{cases}$ admite soluții nenule

Sistemul este omogen deci compatibil ((0,0,0) e soluție)

Pt ca sistemul să admită și alte soluții trebuie să nu fie compatibil determinat deoarece incompatibil nu este.

Așadar trebuie ca $\Delta_s = 0$

$$\Delta_s = \det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & m \\ 4 & 1 & 5 \end{vmatrix} \xlongequal[l_3+l_2]{l_1+l_2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & 3+m \\ 2 & -1 & m \\ 6 & 0 & 5+m \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & 3+m \\ 6 & 5+m \end{vmatrix} = 3(m-1) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{m=1}$ ■

$\boxed{\text{Temă}}$: Pentru ce $m \in \mathbb{R}$ sist $\begin{cases} 4x+my=0 \\ y-z=0 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$ are soluții diferite de soluția nulă? (soluția nulă banală)

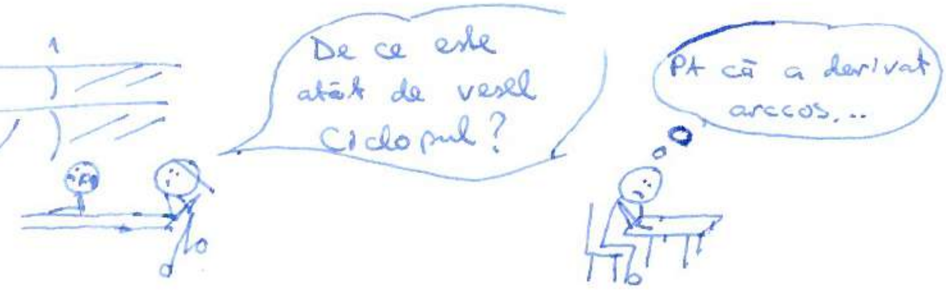
An ③ Determinați intervalele de convexitate pentru

$f:(-1,1) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin x - \arccos x$

$f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ $\forall x \in (-1,1)$ ⇒ $f''(x) = 2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{-2x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{2x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$ $\forall x \in (-1,1)$

$\Rightarrow f''(x) \geq 0$ $\forall x \in (-1,1) \Rightarrow f$ convexă (pe $(-1,1)$) ■

x		-1		1	
$f''(x)$	//////	(	+	)	//////
$f(x)$	//////	(	$\cup$	)	//////



$\boxed{\text{Temă}}$: Determinați convexitatea funcției

$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \textbf{arcsin}\ \dfrac{x-1}{\sqrt{2(x^2+1)}}$

Bonus: f este bine definită? De ce?