1pzi - clasa a IX-a

Z02g

A. 2 Calculați:

$$S = \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$S = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{4}^2} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}^2-\sqrt{5}^2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}^2-\sqrt{6}^2} + \dots + \frac{\sqrt{121}-\sqrt{120}}{\sqrt{121}^2-\sqrt{120}^2} =$$

$$= \sqrt{5}-\sqrt{4}+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{6} + \dots + \sqrt{120}-\sqrt{119}+\sqrt{121}-\sqrt{120} =$$

$$= -\sqrt{4}+\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{5}}+\cancel{\sqrt{6}}-\cancel{\sqrt{6}}+\cancel{\sqrt{7}} + \dots - \cancel{\sqrt{119}}+\cancel{\sqrt{120}}-\cancel{\sqrt{120}}+\sqrt{121} =$$

$$= -\sqrt{4}+\sqrt{121} = -2+11 = 9$$

temă: Calculați $S = [\sqrt{1}]+[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]+ \dots +[\sqrt{99}]$

T 2 Calculați:

$$S = \sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \sin 3^\circ + \dots + \sin 358^\circ + \sin 359^\circ$$

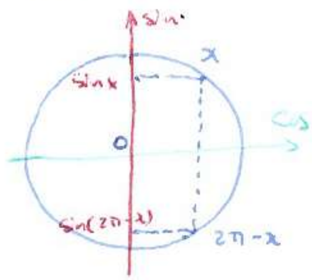
Folosim $\sin(2\pi - x) = \sin(-x) = -\sin x$

$$\Downarrow$$

$$\sin(360^\circ - a^\circ) = -\sin a^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\sin(360^\circ - a^\circ) + \sin a^\circ = 0$$



Așadar: $\sin(359^\circ) + \sin 1^\circ = 0$

$\sin(358^\circ) + \sin 2^\circ = 0$

$\sin(357^\circ) + \sin 3^\circ = 0$

. . . . .

$\sin(182^\circ) + \sin(178^\circ) = 0$

$\sin(181^\circ) + \sin(179^\circ) = 0$

Mai știm $\sin(180^\circ) = 0$

Adunând obținem $S = 0$

temă: Calculați $S = \cos 1^\circ + \cos 3^\circ + \cos 5^\circ + \dots + \cos 177^\circ + \cos 179^\circ$

Clasa a X-a

2 02-10

A ② Rezolvați ecuația:

$$5^{\lg x} - 3^{\lg x - 1} = 3^{\lg x + 1} - 5^{\lg x - 1} \quad (*)$$

CE: $x > 0$

$(*) \Leftrightarrow 5^{\lg x} + 5^{\lg x} \cdot \frac{1}{5} = 3^{\lg x} \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3^{\lg x} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{6}{5} \cdot 5^{\lg x} = \frac{10}{3} \cdot 3^{\lg x} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{\lg x} = \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{6} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{\lg x} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \Leftrightarrow \lg x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = 100} > 0$

Temă: $\log_a x + \log_{\sqrt{a}} x + \ldots + \log_{\sqrt[n]{a}} x = \log_x a + \log_{\sqrt{x}} a + \ldots + \log_{\sqrt[n]{x}} a$

G ② Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $A(1,2)$, $B(2,-1)$, $C(3,a)$ să fie coliniare

$AB: \frac{y-2}{x-1} = \frac{-1-2}{2-1}$ CNN $\Leftrightarrow$ $AB: y-2 = -3x+3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow AB: 3x + y = 5$

A, B, C colin $\Rightarrow C \in AB$ $\Big| \Rightarrow 3 \cdot 3 + a = 5 \Rightarrow \boxed{a = -4}$

Temă: Pentru A, B, C ca mai sus determinați a astfel încât

$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$

1 pzi - clasa a XI-a   202-11

Al ② fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculați A^7

$$A = I_3 + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{= B},$$

Evident $B^2 = O_3$ și cum $I_3 B = B I_3$ putem folosi form. Newton

$$A^7 = (I_3 + B)^7 = \sum_{k=0}^{7} C_7^k \, I_3^{7-k} \cdot B^k$$

$$= C_7^0 I_3^7 + C_7^1 I_3^6 B + \underbrace{C_7^2 I_3^5 \underbrace{B^2}_{= O_3} + C_7^3 I_3^4 \underbrace{B^3}_{= O_3} + \dots}_{= O_3}$$

deci $A^7 = C_7^0 I_3 + C_7^1 B =$

$$= 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ ■

$\boxed{\text{temă:}}$ $\forall x \in \mathbb{R}^*$ definim $A(x) = \begin{pmatrix} x & -x \\ -x & x \end{pmatrix}$

a) dem că $A(x) \cdot A(y) = A(2xy)$ $\forall x, y \in \mathbb{R}^*$

b) Calculați $A(x)^n$ pt $n \in \mathbb{N}$ oarecare

An ② Determinați numărul soluțiilor ecuației $x^2 + x - \ln x = 0$

fie $f: (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - \ln x$

f e derivabilă pe $(0,\infty)$ și $f': (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x} = \frac{2x^2+x-1}{x}$

Pentru a determina semnul derivatei avem nevoie de punctele critice ale fctiei f adică de soluțiile ecuației $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 < \begin{matrix} -1 \\ \frac{1}{2} \end{matrix}$

Așadar,

x	-1		0		$\frac{1}{2}$	
$2x^2+x-1$	$+$ 0	$-$		$-$	0	$+$
$f'(x) = \frac{2x^2+x-1}{x}$				$-$		$+$
$f(x)$ monot				$\searrow$	$f(\frac{1}{2})$	$\nearrow$

$\Rightarrow f(x) > 0$ $\forall x \in (0,\infty)$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \ln(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \ln 2 > 0$

deci nu are sol

$S = \emptyset$ ■

Nu uita de $x^2 - 2x + 1 = 0$ ...