

Secțiunea 22. Integrala definită.

Exersare: *Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

1. Sa se calculeze

(a) $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$

(b) $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2 - 4}} dx$

(c) $\int \frac{x\sqrt[3]{x^2} + x + 1}{\sqrt{x}} dx$

2. Se considera funcția $F : (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \begin{cases} \ln^2 x, & x \in (0, e] \\ ax + b, & x \geq e \end{cases}$

(a) Sa se determine numerele reale a, b pentru care F este derivabilă în e .

(b) Sa se arate că, pentru $a = \frac{2}{e}$ și $b = -1$, F este o primitivă a unei funcții.

(c) Pentru $a = \frac{2}{e}$ și $b = -1$, sa se calculeze $\lim_{x \rightarrow e} \frac{F(x) - F(0)}{x}$

3. Se considera funcțiile $f, F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, date prin $F(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 + 6x + 6, & x \leq 0 \\ 6e^x + 6, & x > 0 \end{cases}$,

respectiv prin $f(x) = \begin{cases} 6e^x, & x > 0 \\ 6x^2 + 6x + 6, & x \leq 0 \end{cases}$

(a) Sa se arate că F este derivabilă în 0.

(b) Sa se determine derivata funcției F .

(c) Sa verifice dacă funcția $F + 3$ este o primitivă a funcției f .

Sectiunea 22. Integrala definita.

Aprofundare: *Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica*
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

1. Sa se calculeze

(a) $\int x \sin(2x) dx$

(b) $\int e^{2x} \cos(3x) dx$

(c) $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$

2. Sa se calculeze

(a) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

(b) $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$

(c) $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx$

3. Sa se calculeze

(a) $\int \frac{x^4}{x^3 + 1} dx$

(b) $\int \frac{1}{2 \sin x + 1} dx$

(c) $\int e^{\arcsin x} dx$