Sectiunea 19. Matrice si determinanti

Exersare: ***Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

1. Se considera matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & x \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, unde x este un numar real.
   (a) Aratati ca $\det(A(1)) = -7$.
   (b) Demonstrati ca $xA(y) - yA(x) = (x-y)A(0)$, pentru orice numere reale x si y.
   (c) Determinati numerele reale a, stiind ca $(aA(-1) + A(a))A(0) = (a^2+7)I_2$.

2. Se considera matricea $X(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ 9b & a \end{pmatrix}$, unde a si b sunt numare reale.
   (a) Aratati ca $\det(X(3,1)) = 0$.
   (b) Demonstrati ca $X(a,b)X(c,d) = X(ac+9bd, ad+bc)$, pentru orice numere reale a, b, c si d.
   (c) Determinati perechile de numere intregi (x,y) pentru care $\det(X(m,n)) = 1$.

3. Se considera matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.
   (a) Aratati ca $\det A = 2$.
   (b) Determinati numerele reale x si y pentru care $A \cdot A \cdot A = xA + yI_3$.
   (c) Determinati inversa matricei $B = A + I_3$.

Sectiunea 19. Matrice si determinanti

Aprofundare: ***Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica***
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

1. Se considera matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un numar real.

    (a) Aratati ca $\det(A(0)) = -1$.

    (b) Determinati numerele reale x pentru care $A(2) \cdot X = A(0)$.

    (c) Determinati $x \in M_3(\mathbb{R})$ pentru care $a(2) \cdot X = A(0)$.

2. Se considera matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & x & y \\ x & 1 & y \end{pmatrix}$, unde x si y sunt numere reale.

    (a) Aratati ca $\det(A(2, 3)) = 12$.

    (b) Demonstrati ca $\det(A(n^2, n)) \geq 0$, pentru orice numar natural x.

    (c) Determinati numarul real x pentru care inversa matricei $B = A(x, 0) \cdot A(x, 0)$ este matricea $A(x, 0)$.

3. Se considera matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si $B(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ unde x este numar real.

    (a) Calculati $\det(A(2))$.

    (b) Demonstrati ca $\det(A(x) + B(x)) = \det(B(x))$, pentru orice numar real x.

    (c) Determinati numerele naturale n si p, stiind ca $A(n)B(p) = B(3)$.