Sectiunea 18. Permutari.

Exersare*:** ***Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

1. Se considera permutarile $e, \alpha \in S_3$, unde $e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ si $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
   (a) Sa se calculeze α^3.
   (b) Sa se rezolve ecuatia $\alpha^{2019} \cdot x = e$, $x \in S_3$
   (c) Sa se scrie toate permutarile din S_3 si demonstreze ca, oricare ar fi ordinea factorilor, produsul permutarilor din S_3 este o permutare impara.

2. Se considera permutarea $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ din S_3.
   (a) Sa se verifice ca permutarea α este impara.
   (b) Sa se determine toate permutarile $x \in S_3$ cu proprietatea ca $x^2 = \alpha$
   (c) Sa se determine toate permutarile $x \in S_3$ cu proprietatea ca $x \cdot \alpha = \alpha \cdot x$

3. Se considera permutarea $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ din S_5. Se noteaza $A = \{\alpha^n \,|n \in \mathbb{N}^*\}$
   (a) Sa se determine numarul inversiunilor lui α.
   (b) Sa se determine numarul elementelor multimii A.
   (c) Sa se arate ca toate elementele multimii A sunt permutari impare.

Sectiunea 18. Permutari.

Aprofundare*: *Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

1. Se considera permutarile $e, \alpha \in S_3$, unde $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ si $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

   (a) Sa se verifice ca γ este o redacina a ecuatiei $x\alpha = \beta x$.

   (b) Sa se arate ca $\alpha^4 = \beta^4$.

   (c) Sa se determine o solutie a ecuatiei $x\alpha^3 = \alpha^3 x$ in S_4.

2. Se considera permutarea $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ din S_3.

   (a) Sa se verifice ca permutarea α este para.

   (b) Sa se determine toate permutarile $x \in S_3$ cu proprietatea ca $x^2 = \alpha$

   (c) Sa se determine toate permutarile $x \in S_3$ cu proprietatea ca $x \cdot \alpha = \alpha \cdot x$

3. Se considera permutarile $e, \alpha \in S_3$, unde $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ si $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

   (a) Sa se descompuna α si β in produs de permutari ciclice disjuncte.

   (b) Sa se descompuna α si β in produs de transpozitii.

   (c) Sa se determine signatura fiecareia dintre permutarile α si β.