

Sectiunea 16. Continuitate. Asimptote.

Exersare: *Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

1. Sa se calculeze:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x^4 - x^3 - x + 1}$

(b) $\lim_{x \searrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x^4 - x^3 - x + 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{1 - 2x}$

2. Sa se calculeze:

(a) Demonstrati ca ecuatiia $2x^3 + 6x^2 + 2x - 9 = 0$ are cel putin o solutie in intervalul $[0, 1]$.

(b) Demonstrati ca ecuatiia $\arctg x - \ln x = 0$ are cel putin o solutie in intervalul $[0, +\infty]$.

(c) Demonstrati ca ecuatiia $1 + x + \sin x = 0$ are cel putin o solutie in intervalul $[-\frac{\pi}{2}, 0]$.

3. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x}, & x < 0 \\ x^2 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

(a) Pentru $a = 3$, calculati $\lim_{x \nearrow 0} f(x)$.

(b) Determinati valoarea numarului real a pentru care functia f este continua in 0.

(c) Demonstrati ca pentru orice $a \neq 1$, 0 este un punct de discontinuitate de primul tip al functiei f .

Sectiunea 16. Continuitate. Asimptote.

Aprofundare: *Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica*
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

1. Sa se calculeze:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + x + 1)}{\operatorname{tg}(\pi x)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x^2+1} - 2}{x - 1}$

2. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}, & x > 1 \\ 2x + a, & x \leq 1 \end{cases}$

(a) Calculati $\lim_{x \searrow 1} f(x)$.

(b) Determinati valoarea numarului real a pentru care functia f este continua in 0.

(c) Demonstrati ca pentru orice $a \neq -\frac{7}{3}$, 1 este un punct de discontinuitate al functiei f si stabiliti natura sa.

3. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & x < -1 \\ \frac{\sqrt{x^4+1}}{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$

(a) Calculati $\lim_{x \searrow 1} f(x)$ si precizati tipul punctului de discontinuitate $x_0 = 1$.

(b) Calculati $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ si stabiliti daca f admite asimptota spre $-\infty$.

(c) Calculati $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ si stabiliti daca f admite asimptota spre $+\infty$.