

Sectiunea 13. Multimea numerelor complexe.

Exersare: *Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

Parte I:

1. Aratati ca $1 + i + (i - 1)(1 + i) - (i - 1) = 0$, unde $i^2 = -1$.
2. Aratati ca $(5 + 4i)^2 + (5 + 4i)^2$ este un numar real, unde $i^2 = -1$.
3. Se considera numarul complex $z = 1 - i$. Aratati ca $z^2 + 2i = 0$.

Parte II

1. Fie $z = 1 - 2i$.
 - (a) Aratati ca $z^2 - 2z + 5 = 0$.
 - (b) Rezolvati, in \mathbb{C} , ecuatia $x^2 - 2x + 5 = 0$
2. Se consider numarul complex $z = 1 - i$.
 - (a) Sa se scrie numarul complex z sub forma trigonometrica redusa.
 - (b) Sa se calculeze z^{2020} .
3. Fie ε o radacina complexa a ecuatiei $x^2 - x + 1 = 0$.
 - (a) Sa se arate ca $\varepsilon^3 = 1$.
 - (b) Sa se calculeze $\varepsilon^{2020} + \varepsilon^{2019}$.

Sectiunea 13. Multimea numerelor complexe.

Aprofundare: *Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica*
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

Parte I:

1. Se considera numerele complexe $z_1 = 5 + 2i$ si $z_2 = 3 - 3i$. Aratati ca $3z_1 + 2z_2 = 21$.
2. Determinati numarul complex z , stiind ca $2\bar{z} - z = 1 - 3i$, unde \bar{z} este conjugatul lui z .
3. Se considera numarul complex $z = 2 + i$. Aratati ca $z + \bar{z} + z\bar{z} = 9$, unde \bar{z} este conjugatul lui z .

Parte II

1. Fie $z_1 = 3 + 4i$ si $z_2 = 4 - 3i$.
 - (a) Sa se calculeze modulul numarului complex $\omega = \frac{z_1^{2020}}{z_2^{2019}}$
 - (b) Sa se determine un numar complex δ cu proprietatea ca $\delta^2 = z_1$
2. Se considera ecuatia $z^3 + 1 = 0$.
 - (a) Sa se determine radacinile complexe ale ecuatiei.
 - (b) Sa se reprezinte geometric radacinile ecuatiei in planul complex.
3. Se considera numarul complex $z = \sqrt{3} + i$.
 - (a) Sa se scrie z sub forma trigonometrica redusa.
 - (b) Sa se calculeze $\sum_{k=0}^{2019} (z - \sqrt{3})^k$.