

Sectiunea 11. Functia exponentiala. Functia logaritm.

Exersare: Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subpunkt rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

Parte I:

1. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $25^x = 5^{x^2}$.
2. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $\log_2(x^2 - 5x + 7) = \log_2 3$.
3. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$.

Parte II

1. Fie functia $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \log_2 x + 3^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 - (a) Sa se arate ca functia f este strict crescatoare pe \mathbb{R} .
 - (b) Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $x + \log_2 x + 3^x = 4$.
2. Fie D domeniul maxim de definitie al functiei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_4(x + 3) + \log_4(x - 3)$.
 - (a) Determinati D .
 - (b) Rezolvati ecuatia $f(x) = 2$.
3. Consideram numerele reale $a = \log_2 x$, $b = \log_4 x$ si $c = \log_{16} x$, pentru $x \in \mathbb{R}$.
 - (a) Sa se arate ca a , b si c sunt in progresie geometrica.
 - (b) Sa se determine un numar real x , astfel incat $a + b + c = 7$.

Sectiunea 11. Functia exponentiala. Functia logaritm.

*Aprofundare: Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
- Pentru fiecare subiect rezolvat integral se acorda 10 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.

Parte I:

1. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $3^{x^2-3x} = 3^{x-4}$.
2. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $9^x - 6^{x+1} + 5 \cdot 4^x = 0$.
3. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $(1 - \log_2 x)(2 - \log_2 x) = 0$.

Parte II

1. Se noteaza cu D domeniul maxim de definitie al functiei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_5(x^2 - 4) - \log_5(5x - 8)$
 - (a) Sa se determine multimea D .
 - (b) Sa se rezolve ecuatia $f(x) = 0$.
2. (a) Sa se arate ca $\ln^2(x^2) = 4 \ln^2 x$, pentru orice $x > 0$.
(b) Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $\ln^2(x^2) + 4 \ln x + 1 = 0$.
3. (a) Sa se demonstreze ca $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$ este numar real.
(b) Sa se rezolve ecuatia $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$.

1. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia $4^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.