# Sectiunea 9. Functii numerice. Proprietati II.

***Exersare*:** ***Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

Parte I:

1. Cate functii injective $f : \{1,2,3\} \longrightarrow \{1,2,3,4\}$ se pot defini?
2. Sa se demonstreze ca functia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ este injectiva.
3. Sa se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel incat functia $f : [1,2] \longrightarrow [a,b],\ f(x) = x^2 + x,\ \forall x \in (0, \infty)$ sa fie surjectiva.

Parte II

1. Fie $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ 3x+1, & x > 0 \end{cases}\ \forall x \in \mathbb{R}$
   (a) Sa se arate ca functia $f$ este bijectiva.
   (b) Sa se determine $f^{-1}(4)$.
2. Se considera functia $f : [0,3] \longrightarrow [a,b],\ f(x) = x^2 - 3x,\ \forall x \in (0,\infty)\ ,\ a, b \in \mathbb{R}$
   (a) Sa se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel incat functia $f$ sa fie surjectiva.
   (b) Exista $a, b \in \mathbb{R}$ astfel incat functia $f$ sa fie injectiva?
3. Se considera functia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = 2x - 1,\ \forall x \in (1, \infty)$
   (a) Sa se demonstreze ca functia $f$ este bijectiva.
   (b) Sa se determine inversa functiei $f$.

# Sectiunea 9. Functii numerice. Proprietati II.

***Aprofundare*:** ***Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica***
***Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

Parte I:

1. Fie $f : \{1, 2, 3\} \longrightarrow \{2, 3, 4\}$ o functie injectiva. Sa se calculeze $f(1) + f(2) + f(3)$.
2. Sa se demonstreze ca functia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nu este injectiva.
3. Sa se arate ca $f : (0, \infty) \longrightarrow (1, 3),\ f(x) = \dfrac{x+3}{x+1},\ \forall x \in (0, \infty)$ este bijectiva.

Parte II

1. Fie $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \geq 1 \\ mx - 3, & x < 1 \end{cases}\ \forall x \in \mathbb{R}$
   (a) Sa se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care f este injectiva.
   (b) Sa se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care f este surjectiva.
2. Fie $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C},\ f(x) = i\bar{z},\ \forall x \in \mathbb{C}$.
   (a) Sa se arate ca functia $f$ este bijectiva.
   (b) Sa se calculeze suma $S = f(i) + f(2i) + f(3i) + ... + f(2019i)$.
3. Se considera functia $f : (1, \infty) \longrightarrow (0, \infty),\ f(x) = \ln \dfrac{x+1}{x-1},\ \forall x \in (1, \infty)$
   (a) Sa se demonstreze ca functia $f$ este bijectiva.
   (b) Sa se determine inversa functiei $f$.