Sectiunea 7. Vectori liberi in plan.

Exersare*:** ***Filiera teoretica, profil real, specializarea stiinte ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

Parte I:

1. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB = 2$ si $AC = 4$. Sa se calculeze norma vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

2. Se considera punctele A, B, C, D astfel incat $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Sa se demonstreze ca $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{0}$.

3. Se considera vectorii $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ si $\overrightarrow{u} = 5\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$. Sa se determine $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ astfel incat $\overrightarrow{u} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$

Parte II

1. Se considera un paralelogram $ABCD$, cu $A(0,1), B(-1,3)$ si $C(2,2)$.
   (a) Sa se determine coordonatele punctului D.
   (b) Sa se demonstreze ca unghiul $\widehat{A}$ este drept.

2. Fie $\overrightarrow{r_A} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{r_B} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ si $\overrightarrow{r_C} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ vectorii de pozitie ai varfurilor triunghiului ABC.
   (a) Sa se determine perimetrul triunghiului ABC.
   (b) Sa se determine $\cos(\widehat{B})$.

3. Se considera un triunghi ABC si o dreapta transversala (MNP) cu $M \in BC,\ N \in AC,\ P \in AB$ astfel incat $\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MB}$ si $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NB}$.
   (a) Sa se determine raportul vectorial $\dfrac{\overrightarrow{PA}}{\overrightarrow{PC}}$.
   (b) Sa se arate ca triunghiurile ABP si BCP sunt echivalente (adica au arii egale).

Sectiunea 7. Vectori liberi in plan.

Aprofundare*:** ***Filiera teoretica, profilul real, specializarea matematica-informatica
Filiera vocationala, profilul militar, specializarea matematica-informatica

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.**
- **Pentru fiecare subpunct rezolvat integral se acorda 10 puncte.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 90 minute.**

Parte I:

1. Fie ABC un triunghi si O centrul cercului circumscris triunghiului. Stiind ca $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OC}$, sa se arate ca triungiul ABC este dreptunghic.
2. Fie un triunghi ABC si $M \in (BC)$ astfel incat $\overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MB}$. Sa se demonstreze ca $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
3. Sa se arate ca punctele $A(1, 1), B(3, -3)$ si $C(-1, 5)$ sunt coliniare.

Parte II

1. Se considera vectorii $\overrightarrow{u} = (a-2)\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ si $\overrightarrow{v} = 4\overrightarrow{i} + (10-a)\overrightarrow{j}$, cu $a \in \mathbb{R}$.
   (a) Sa se determine valorile lui a pentru care $\overrightarrow{u}$ si $\overrightarrow{v}$ sunt coliniari.
   (b) Sa se determine valorile lui a pentru care $\overrightarrow{u}$ si $\overrightarrow{v}$ sunt ortogonali.
2. Fie $\overrightarrow{r_A} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{r_B} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ si $\overrightarrow{r_C} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ vectorii de pozitie ai varfurilor triunghiului ABC.
   (a) Sa se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC
   (b) Sa se determine coordonatele unui punct D, stiind ca $ABCD$ este paralelogram.
3. Punctele M, N si P verifica relatia $2\overrightarrow{MN} + 3\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{0}$. Se stie ca $MN = 3$.
   (a) Reprezentati punctele M, N si P.
   (b) Calculati lungimea segmentului MP.