

Sectiunea 3. Functia de gradul I

Eversare:

Parte I:

1. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia: $\frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1} = x$
2. Sa se rezolve in \mathbb{R} inecuatia: $\frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1} \leq x$
3. Sa se rezolve in \mathbb{R} sistemul de ecuatii:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Parte II

1. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = 3x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Fie dreapta d reprezentarea graficului functiei f .
 - (a) Sa se determine intersectia dreptei d cu axele de coordonate.
 - (b) Sa se determine $y \in \mathbb{R}$ stiind ca $A(10, y)$ se afla deasupra dreptei d .
2. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = (3 - m^2)x + m$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 - (a) Sa se determine valorile reale ale lui m pentru care f este strict crescatoare.
 - (b) Sa se determine valorile reale ale lui m pentru care $f(x) > 0$ pentru orice valoare pozitiva a lui x .
3. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = ax + b$, $\forall x \in \mathbb{R}$, cu a si b din multimea numerelor reale.
 - (a) Sa se determine numerele reale a si b , stiind ca functia f este strict crescatoare si $f(f(x)) = 4x + 3$.
 - (b) Pentru $a = 2$ si $b = 1$ sa se determine imaginea prin f a intervalului $(0, 2]$.

Aprofundare:

Parte I:

1. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia: $\frac{(x+1)(x+2)}{x+3} = x+4$

2. Sa se rezolve in \mathbb{R} inecuatia: $\frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x+4)} \geq 1$

3. Sa se rezolve in \mathbb{R} sistemul de ecuatii:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

Parte II

1. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = 3x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(a) Sa se determine numerele naturale n , pentru care $f(n) < 8$.

(b) Sa se determine imaginea prin f a intervalor $[0, 4]$, respectiv $(-\infty, 1]$

2. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = ax + b$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(a) Sa se determine numerele reale a si b pentru care $f(0) = 1$ si $f(x+1) = f(x) + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

(b) Sa se determine imaginea prin f a intervalor $[0, 4]$, respectiv $(-\infty, 1]$

3. Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = (m^2 - 1)x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(a) Sa se determine valorile parametrului real m pentru care functia f este strict crescatoare pe \mathbb{R} .

(b) Pentru $m = 2$, sa se calculeze suma $S = f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(2019)$