

Sectiunea 2. Numere reale.

Exersare:

Parte I:

1. Sa se calculeze: $a = [-\pi] + [\sqrt{2}]$.
2. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia: $[x]^2 - 3[x] + 2 = 0$.
3. Sa se rezolve in \mathbb{R} inecuatia: $|1 - 2x| > 1$.

Parte II

1. Consideram numarul rational $a = \frac{3}{22}$. Notam $a = a_0, a_1 a_2 a_3 \dots, a_k$ cifra.

(a) Sa se determine a_{10} ;

(b) Sa se calculeze $\sum_{k=1}^{100} a_k$

2. Consideram numarul rational $a_k = \frac{1}{k^2+k}$.

(a) Sa se arate ca $a_k = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$;

(b) Sa se calculeze $\sum_{k=1}^{100} a_k$

3. Fie multimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$.

(a) Calculati probabilitatea ca, alegand un numar din multimea , acesta sa fie patrat perfect.

(b) Calculati probabilitatea ca, alegand un numar din multimea , acesta sa fie patrat perfect divizibil la 15.

Aprofundare:

Parte I

1. Sa se calculeze: $a = \left[\frac{1}{\sqrt{2}-1} \right]$.
2. Sa se rezolve in \mathbb{R} ecuatia: $|x+2| + |x-1| = 3$.
3. Sa se rezolve in \mathbb{R} inecuatia: $\left[\frac{3x+1}{2} \right] + \left[\frac{3x+2}{2} \right] \geq 1$.

Parte II

1. Consideram numarul rational $a_k = \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$.
 - (a) Sa se arate ca $a_k = \sqrt{k+1} - \sqrt{k}$;
 - (b) Sa se calculeze $\sum_{k=1}^{99} a_k$
2. Consideram numarul rational $a_k = [\sqrt{k^2 + 3k + 1}]$.
 - (a) Sa se arate ca pentru orice $k \geq 3$, $a_k = k + 2$;
 - (b) Sa se calculeze sum $\sum_{k=3}^{100} a_k$
3. Fie multimea de functii $F = \{f : A \rightarrow B \mid A = \{0, 1, 2\}, B = \{0, 1, 2\}\}$
 - (a) Cate elemente ale multimii F au proprietatea ca $f(0)$ este numar par?
 - (b) Cate elemente ale multimii F au proprietatea ca $f(0) + f(2) = 2$?