

Sectiunea 14 - Elemente de combinatorică

Exersare of 10 p

Partea I

1.  $C_5^3 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$  10 p

2. cazuri posibile: 10, 12, 14, ... 98  $\rightarrow 49 - 5 + 1 = 45$  numere 4p  
 cazuri favorabile: 10, 20, ... 90  $\rightarrow 9$  numere 4p  $\Rightarrow P(A) = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0,2$  2p

3.  $P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$  10 p

Partea II - a

1. a)  $A = \{10, 12, \dots, 98\} \Rightarrow |A| = 45$  cazuri posibile 3p  
 cazuri favorabile: 16, 61, 23, 32  $\Rightarrow 4$  cazuri favorabile 3p  $\Rightarrow P(A) = \frac{4}{45}$  4p

b) cazuri posibile 45 3p  
 cazuri favorabile 12, 13, ... 18, 19 }  $\Rightarrow 8 + 7 + \dots + 1 = \frac{8 \cdot 9}{2} = 36$  5p  
 23, ... 28, 29 }  
 ...  
 89 }  $\Rightarrow P(B) = \frac{36}{45} = \frac{4}{5}$   
 // 0,8 2p

2. a)  $\begin{matrix} \_ & \_ & \_ \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1, 3, 5, 7 \text{ sau } 9 & 5 \text{ mod } 4 & 5 \text{ mod } 4 \end{matrix}$   $\Rightarrow 5^3 = 125$  numere de 3 cifre, nu neapărat distincte 4p

b) A conține doar cifre impare  $\Rightarrow$  numerele conțin doar cifre impare  $\Rightarrow$   $\Rightarrow 0$  numere indeplinesc criteriul b) 6 p

3. a)

$x$	1	2	3
$f(x)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$

Cazuri posibile  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 2^6 = 64$  3p  
 Cazuri favorabile  $4 \cdot 4$  3p  $\Rightarrow P(A) = \frac{4}{4}$  4p

b)  $f \nearrow \Rightarrow (f(1), f(2), f(3)) \in \{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (2, 3, 4)\}$  5p  $\Rightarrow P(B) = \frac{3}{64}$  5p

Secțiunea 13 - Elemente de combinatorică

Aprofundare

Partea I

1.  $\begin{array}{ccc} \_ & \_ & \_ \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1, 2, 3 \text{ sau } 4 & \text{5 moduri} & \text{5 moduri} \end{array} \Rightarrow 4 \cdot 5^2 = 100 \text{ numere}$  4P

2.  $A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$  10P

3. masa e rotundă  $\Rightarrow$  nu contează ce scaun rămâne liber  $\Rightarrow P_5 = 5! = 120$  4P

Partea a II-a

1. a)  $|A| = 999 - 100 + 1 = 900$  3P

$\overline{abc}$  cu  $a \cdot b \cdot c = 9$  poate fi  $\{119, 151, 911, 133, 313, 331\}$   $\Rightarrow$  cazuri favorabile: 6 5P

$P(A) = \frac{6}{900} = \frac{1}{150}$  2P

b)  $\overline{abc}$  cu  $a < c \Rightarrow (a, c)$  poate fi aleasă în 36 moduri 4P  
 $b$  poate fi orice cifră  $\Rightarrow$  10 moduri 3P  $\Rightarrow 360$  2P cazuri fav

$P(B) = \frac{360}{900} = \frac{2}{5}$  1P

2. a) Nota 8  $\Rightarrow$  răspunde la 7 întrebări corect  $\Rightarrow C_7^7 = 1$  2P cazuri favorabile 2P

Cazuri posibile  $2^7$  2P

$P(A) = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$  4P

b) Nota 3  $\Rightarrow$  răspunde la 2 întrebări corect  $\Rightarrow C_7^2 = 21$  2P cazuri favorabile 2P

Cazuri posibile  $2^7$  2P

$P(B) = \frac{21}{2^7} = \frac{3}{128}$  4P

3. a)  $|F| = 3^3 = 27$  cazuri posibile 2P

$x$	-1	0	1
$f(x)$	$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$

$f$  injectiv  $\Rightarrow \{f(-1), f(0), f(1)\} = \{-1, 0, 1\}$  2P  $\Rightarrow P_3 = 3! = 6$  cazuri fav.

$P(A) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$  4P

b)  $f$  impară  $\Rightarrow f(0) = 0$  2P

$f(-1) = f(1) \Rightarrow (f(-1), f(1)) \in \{(-1, 1), (0, 0), (1, -1)\}$  2P  $\Rightarrow 3$  cazuri fav 2P

$P(B) = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$  2P